

وزارة التعليم العالي امتحان الفصل الثاني للعام 2016/2015 السنة: الثالثة
جامعة البعث مقرر الإحصاء الرياضي المدة: ساعة ونصف
كلية العلوم قسم الرياضيات الدرجة: 100

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (30 درجة): سحبنا من مجتمع طبيعي فيه $\sigma^2 = 16$ والمتوسط μ عينة عشوائية حجمها (20) فأعطت متوسطا $(\bar{X} = 9)$. والمطلوب:

(1) أوجد 95% مجال ثقة لمتوسط المجتمع μ . (القيمة الجدولية 1.96).

(2) هل يمكن الجزم بأن هذا المجال يحوي المعدل μ ؟

(3) كم ينبغي أن يكون حجم العينة بحيث لا يتجاوز الخطأ في تقدير μ المقدار $\epsilon = 0.75$ ؟

السؤال الثاني (30 درجة): تبين من سجلات أحد المشافي أن من بين (1000) رجل دخلوه يوجد (46) منهم يعانون من مرض القلب. وأن من بين (600) امراه دخلوه يوجد (18) امراه يعانون من مرض القلب. هل تقدم هذه المعلومات دلالة كافية على أن نسبة الإصابة بمرض القلب عند الرجال تساوي هذه النسبة عند النساء بمستوى من الأهمية (0.05).

القيمة الجدولية (1.96).

السؤال الثالث (20 درجة):

بفرض أن X متغير عشوائي يتوزع طبيعيا بوسطين $\mu = 40$; $\sigma = 6$ والمطلوب:

(1) أوجد القيمة الحقيقية (a) والتي يقع إلى يسارها 45% من المساحة تحت منحنى تابع الكثافة (القيمة الجدولية (0;13)).

(2) أوجد القيمة الحقيقية (b) التي يقع إلى يمينها 14% من المساحة. القيمة الجدولية (1.08).

السؤال الرابع (20 درجة):

سحبنا من مجتمع طبيعي وسيطاه μ ; σ^2 عينة عشوائية حجمها (9) من قيم المتغير العشوائي X . المطلوب: أي المقدرات التالية للمتوسط μ غير منحاز وأيهما الأفضل؟

$$X_1; \bar{X}; X_1 + X_2 - X_3; \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2$$

دراسة ميدانية

$$Z = 1.324$$

$$Z = 6.324$$

والتي تتركز في μ وتقبل μ عند مستوى $\alpha = 0.05$

السؤال الثالث « 20 درجة »

أ) اكتب دالة

$$\phi(a) = P[X < a] = 0.45$$

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{a - \mu}{\sigma}\right) = 0.45$$

$$P\left(Z < \frac{a - 40}{6}\right) = 0.45$$

$$\frac{a - 40}{6} = -0.13$$

$$a = 6(-0.13) + 40$$

$$= 39.22$$

$$P(X > b) = 0.14 \quad (2)$$

$$P(X < b) = 0.86$$

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{b - 40}{6}\right) = 0.86$$

$$P\left(Z < \frac{b - 40}{6}\right) = 0.86$$

$$\frac{b - 40}{6} = 1.08$$

$$b = 46.48$$

السؤال الرابع « 20 درجة »

$$E(X_1) = E(\bar{X}) = E(X_1 + X_2 + X_3) = \mu$$

تستخدم خصائص التوقع غير متغيرة

$$E\left(\frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2\right) = \mu$$

مجموع متغيرات عشوائية

$$Var(X_1) = \sigma^2, \quad Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{9}$$

$$Var(X_1 + X_2 + X_3) = 3\sigma^2$$

$$Var\left(\frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2\right) = \frac{1}{4}\sigma^2 + \frac{1}{9}\sigma^2$$

$$= \frac{0.4}{36}\sigma^2 = \frac{13}{36}\sigma^2$$

نلاحظ أن

...

نسمي بمتغير باء

المقدار الذي يضاف للمعادلة

المعادلة

السؤال الأول « 30 درجة »

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.95$$

$$Z_{0.975} = 1.96$$

بما أن

$$\left[9 - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, 9 + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

$$[7.247, 10.753]$$

(2) لاستنتاج الخزم أنه هذا الحد هو المطلوب

وتبين أن كل رتبة من 100 مع متغير عشوائي

مستقلة 95 من وجهات يكونه المخرج

$$n \geq \left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{1.96 \times 4}{0.75}\right)^2 \quad (3)$$

$$= 109.272$$

وهذا يعني أن حجم العينة

10
30

السؤال الثاني « 30 درجة »

(1) فرضية العدم

(2) دالة

(3) مستوى دلالة

المعادلة

$$\bar{X} = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{\sqrt{\hat{P}(1-\hat{P})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

نلاحظ أن

(3) الخزم والمقدار

$$-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} < Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$Z < 1.96 \text{ أو } Z > 1.96$$

(6) القيم الحدية

$$\hat{P} = \frac{Y_1 + Y_2}{n_1 + n_2} = \frac{46 + 18}{1000 + 600} = 0.09$$

$$\hat{P}_1 = \frac{Y_1}{n_1} = 0.046$$

$$\hat{P}_2 = \frac{Y_2}{n_2} = \frac{18}{600} = 0.03$$

10